

Chap. 1 : La forme de la Terre — L'essentiel à retenir

ACTIVITÉS 1 ET 2

1 La forme de la Terre dans l'Antiquité *Comment les Grecs ont-ils su que la Terre est une sphère ?*

■ Trois savants, trois rôles

Pythagore

VI^e siècle av. J.-C.

IMAGINE

La Terre est une sphère, car la sphère est la forme parfaite et le ciel ressemble à une demi-sphère. C'est une **croyance** fondée sur la symétrie, pas une preuve.

Aristote

IV^e siècle av. J.-C.

DÉMONTRE

Il s'appuie sur des **observations** : l'ombre de la Terre sur la Lune est toujours ronde lors des éclipses ; les étoiles visibles changent quand on va vers le nord ou le sud. Raisonement par l'absurde : une Terre plate ne donnerait pas cela.

Ératosthène

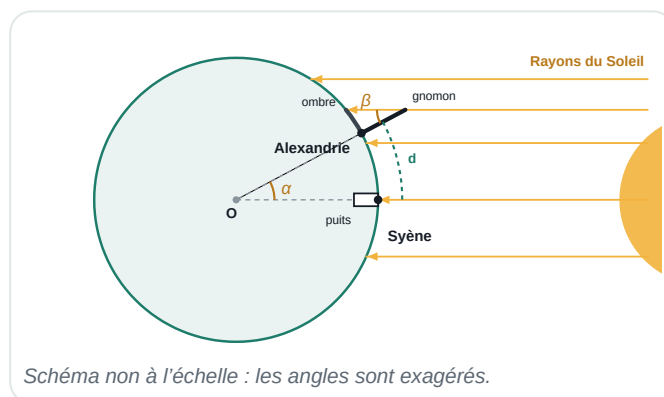
III^e siècle av. J.-C.

MESURE

Il calcule la **circonférence de la Terre** à partir d'une ombre, d'un angle et d'une distance : environ **40 000 km** .

■ Savoir présenter l'expérience d'Ératosthène

- 1 Le constat.** Le jour du solstice d'été, à midi, à **Syène** , le Soleil éclaire le fond d'un puits : ses rayons arrivent à la verticale. Au même moment, à **Alexandrie** , plus au nord, un bâton vertical (un **gnomon**) fait une ombre. Ératosthène en déduit l'angle entre le gnomon et les rayons du Soleil : **$\beta = 7,2^\circ$** .
- 2 Les hypothèses.** Le Soleil est très éloigné : ses rayons arrivent **parallèles** . Alexandrie et Syène sont sur le **même méridien** .
- 3 Le raisonnement.** Les rayons parallèles et la verticale d'Alexandrie (qui passe par le centre O de la Terre) forment des angles **alternes-internes** , donc égaux : **$\alpha = \beta = 7,2^\circ$** . L'arc Alexandrie–Syène est donc vu depuis le centre de la Terre sous un angle de **$7,2^\circ$** .
- 4 La proportionnalité.** Dans un cercle, la longueur d'un arc est proportionnelle à l'angle au centre : **$d / C = \alpha / 360^\circ$** . $7,2^\circ$ étant $1/50$ de 360° , la circonférence vaut **50 fois** la distance Alexandrie–Syène.



■ Savoir calculer la distance Alexandrie–Syène, puis la taille de la Terre

Un chameau parcourt 100 stades par jour pendant 50 jours :

$$d = 50 \times 100 = 5\,000 \text{ stades}$$

1 stade = 157,7 m :

$$d = 5\,000 \times 157,7 = 788\,500 \text{ m}$$

$$d \approx 7,9 \times 10^5 \text{ m} \approx 790 \text{ km}$$

Circonférence (proportionnalité arc / angle) :

$$C = 360 \times d / \alpha = 360 \times 788,5 / 7,2 \approx 39\,400 \text{ km}$$

Rayon, car $C = 2 \times \pi \times R$:

$$R = C / (2\pi) \approx 6\,300 \text{ km}$$

$$C \approx 40\,000 \text{ km} \cdot R \approx 6\,400 \text{ km}$$

À RETENIR · PARTIE 1

- **Pythagore imagine** la Terre sphérique, **Aristote le démontre** par l'observation, **Ératosthène la mesure**.
- Rayons du Soleil parallèles $\rightarrow \alpha = \beta$ (angles alternes-internes) $\rightarrow C = 360 \times d / \alpha \approx 40\,000 \text{ km}$ et $R = C / (2\pi) \approx 6\,400 \text{ km}$ (valeur actuelle : 6 371 km).

2 La mesure par triangulation *Comment le mètre a-t-il pu être déterminé à partir de la mesure du méridien ?*

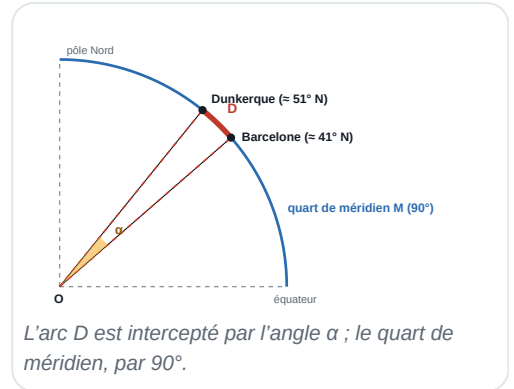
Le projet : une unité de longueur tirée de la Terre

À la Révolution, chaque région a ses propres unités (pied, toise, coudée...). On veut une unité **universelle, invariable**, qui n'appartienne à aucune nation : on la tire de la Terre.

Définition de 1791 : le mètre est la **dix-millionième partie du quart du méridien terrestre** (la distance du pôle Nord à l'équateur).

De 1792 à 1799, les astronomes **Delambre et Méchain** mesurent l'arc du méridien de Paris entre **Dunkerque et Barcelone** (environ 1 000 km). Connaissant la différence de latitude α entre ces deux villes, on obtient le quart de méridien M par proportionnalité :

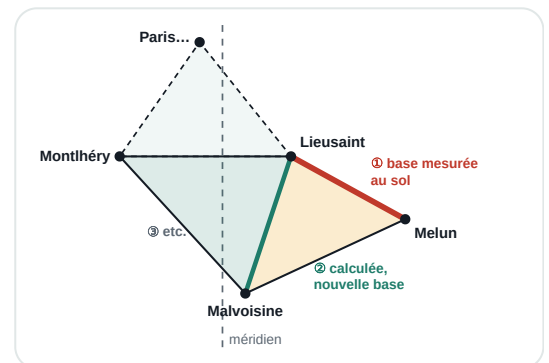
$$M / 90^\circ = D / \alpha \Rightarrow M = 90 \times D / \alpha$$



La méthode : la triangulation plane

Mesurer 1 000 km directement au sol est impossible avec précision (relief, rivières, forêts). On mesure donc **une seule longueur et des angles**.

- 1 **Une base mesurée au sol**, avec un très grand soin : Lieusaint-Melun, près de Paris (environ 12 km).
- 2 **Des angles mesurés par visée** avec un cercle répétiteur, entre des points visibles de loin (clochers, collines).
- 3 **La loi des sinus** : un côté et deux angles suffisent à connaître tout le triangle.
- 4 **Chaque côté calculé devient la base du triangle suivant**. Une chaîne d'une centaine de triangles couvre ainsi tout l'arc, de Dunkerque à Barcelone.

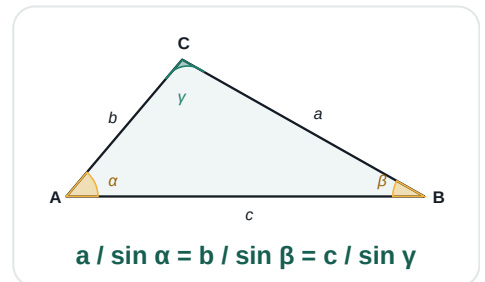


Savoir calculer une longueur par triangulation

MÉTHODE EN 3 ÉTAPES · EXEMPLE DU TRIANGLE N° 28

- 1 **Convertir les angles en degrés** ($1' = 1/60^\circ$, $1'' = 1/3600^\circ$) : $\hat{C} = 49^\circ 18' 59'' \approx 49,316^\circ$; $\hat{J} = 53^\circ 5' 26'' \approx 53,091^\circ$.
- 2 **Calculer le 3^e angle** (somme = 180°) : $\hat{S} = 180 - 49,316 - 53,091 \approx 77,593^\circ$.
- 3 **Appliquer la loi des sinus**, chaque côté face à son angle : $JS / \sin \hat{C} = CJ / \sin \hat{S}$, donc $JS = 11\,765 \times \sin 49,316^\circ / \sin 77,593^\circ \approx$

9 135 toises



Du méridien au mètre

Résultats de 1799 : $D = 551\,475,4$ toises et $\alpha = 9^\circ 40' 25'' \approx 9,6736^\circ$

$$M = 90 \times 551\,475,4 / 9,6736 \approx 5\,130\,740 \text{ toises} \rightarrow 1 \text{ m} = M / 10^7 \approx 0,513\,074 \text{ toise}$$

Avec 1 toise = 1,949 m : $0,513\,074 \times 1,949 \approx 0,999\,98 \text{ m}$, soit un écart d'environ 0,002 % avec le mètre actuel.

À RETENIR · PARTIE 2

- **Delambre et Méchain, de Dunkerque à Barcelone** : une base mesurée au sol, puis une chaîne de triangles.
- **Une seule longueur, des angles, et la loi des sinus** : c'est le principe de la triangulation.
- Mètre de 1791 = **quart de méridien / 10 000 000**. Depuis 1983, il est défini à partir de la vitesse de la lumière.