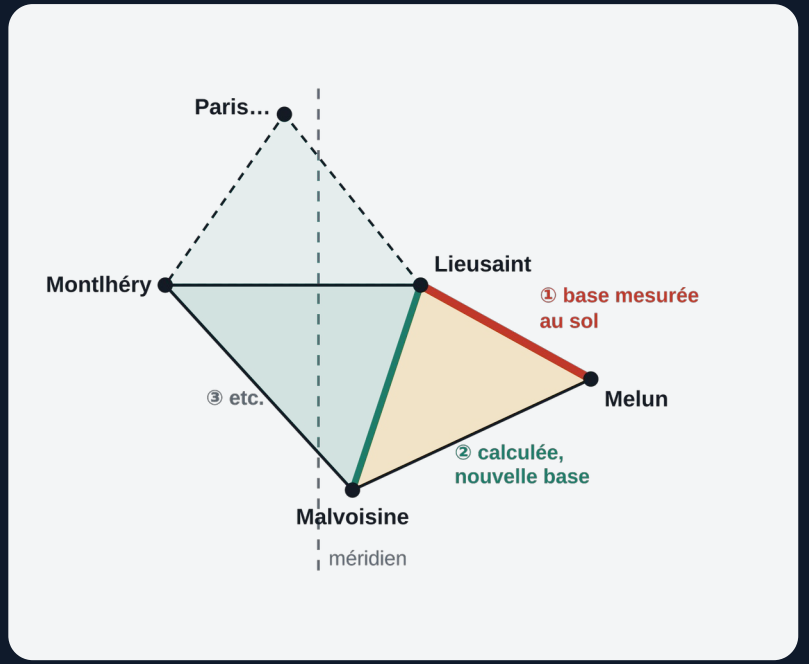
Séquence 1 · Chapitre 8 · La forme de la Terre

Activité 2 · Correction

La mesure par triangulation

Comment le mètre a-t-il pu être déterminé à partir de la mesure du méridien ?



Manuel p. 140–141

Le plan de la correction

1	**Distance Jonquières – Saint-Christophe**	Rappel du résultat
2	**Pourquoi une seule longueur suffit**	Rappel du résultat
3	**Le quart de méridien et la valeur du mètre**	**Méthode, indices, correction en 4 étapes**
4	**Comparer au mètre actuel**	**Méthode, indices, correction en 4 étapes**

Rappel · question 1

Distance Jonquières – Saint-Christophe

Angles en degrés

Ĉ ≈ 49,316° Ĵ ≈ 53,091°

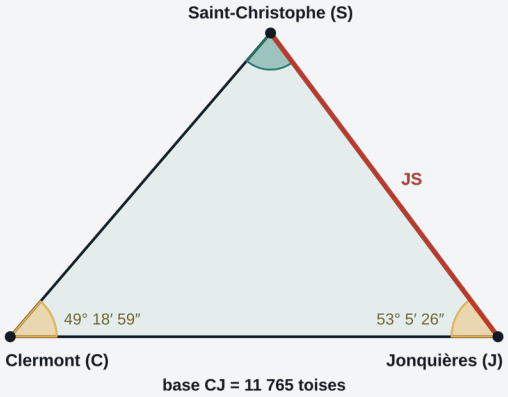
Troisième angle

Ŝ = 180 − 49,316 − 53,091 ≈ 77,593°

Loi des sinus

JS = CJ × sin Ĉ / sin Ŝ = 11 765 × sin 49,316° / sin 77,593°

JS ≈ 9 135 toises



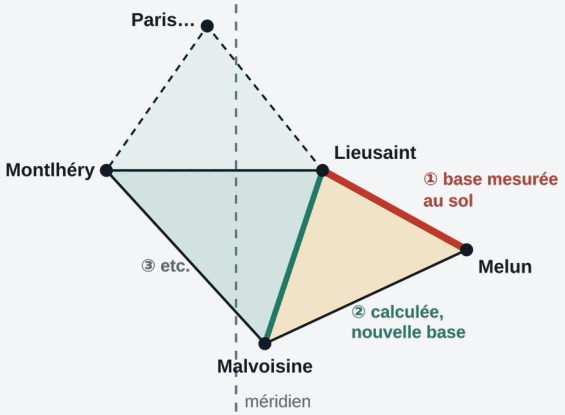
≈ 17,8 km

Rappel · question 2

Pourquoi une seule longueur suffit

1. Un côté + deux angles suffisent à connaître tout un triangle (loi des sinus).
2. Chaque côté calculé devient la base du triangle suivant.
3. De proche en proche, la chaîne de triangles couvre tout l'arc de Dunkerque à Barcelone.

Une base mesurée, des angles, la loi des sinus



Question 3

Montrer que les résultats de 1799 conduisent à une longueur du quart de méridien de 5 130 740 toises.

En déduire la valeur du mètre en toises, selon la définition de 1791.

Données : D = 551 475,4 toises · α = 9° 40′ 25″ · 1 m = 1 / 10 000 000 du quart de méridien

Question 3 · la méthode

Les 4 étapes de la fiche, et la formule de chacune

1 **Convertir l'angle α en degrés décimaux**

angle (°) = degrés + minutes / 60 + secondes / 3 600

2 **Écrire la proportionnalité arc / angle**

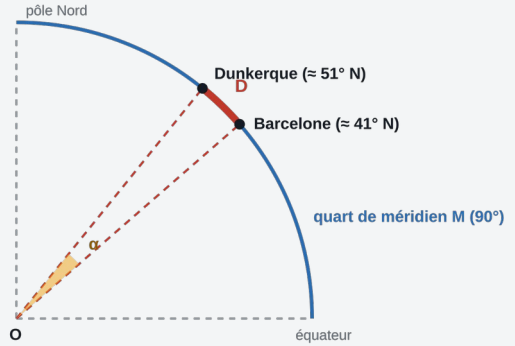
M / 90 = D / α ⇒ M = 90 × D / α

3 **Calculer la longueur M du quart de méridien**

Remplacer D et α par leurs valeurs, puis calculer

4 **En déduire la valeur du mètre en toises**

1 m = M / 10 000 000



Question 3 · indices

Indice pour l'étape 2 : le tableau de la fiche

	Arc Dunkerque–Barcelone	Quart de méridien
Angle (°)	α	90
Longueur (toises)	D = 551 475,4	**M = ?**

→ **produit en croix**

Étape 1 Gardez au moins 4 décimales pour α, et de préférence la valeur en mémoire de la calculatrice.

Étape 4 Le mètre est 10 millions de fois plus petit que le quart de méridien : divisez M par 10 000 000.

Question 3 · correction · étape 1 / 4

Les étapes de la fiche

1. **Convertir l'angle α en degrés décimaux**
2. Écrire la proportionnalité arc / angle
3. Calculer la longueur M du quart de méridien
4. En déduire la valeur du mètre en toises

Convertir l'angle α en degrés décimaux

Les minutes et les secondes sont des fractions de degré : 1° = 60′ et 1′ = 60″, donc 1° = 3 600″.

FORMULE

angle (°) = degrés + minutes / 60 + secondes / 3 600

Sur la fiche

$$\alpha = 9 + 40 / 60 + 25 / 3\,600 \approx 9{,}673\,61\ °$$

Détail : 9 + 0,666 67 + 0,006 94 = 9,673 61

α ≈ 9,673 61°

Question 3 · correction · étape 2 / 4

Les étapes de la fiche

✓ Convertir l'angle α en degrés décimaux

2 **Écrire la proportionnalité arc / angle**

3 Calculer la longueur M du quart de méridien

4 En déduire la valeur du mètre en toises

Écrire la proportionnalité arc / angle

L'arc Dunkerque–Barcelone correspond à l'angle α ; le quart de méridien correspond à 90°. On complète le tableau.

FORMULE

$$M / 90 = D / \alpha \Rightarrow M = 90 \times D / \alpha$$

	Arc Dunkerque–Barcelone	Quart de méridien
Angle (°)	α = 9,673 61	90
Longueur (toises)	D = 551 475,4	M = ?

Produit en croix : $M = 90 \times D / \alpha$

Question 3 · correction · étape 3 / 4

Question | Méthode | Indices | **Correction**

Les étapes de la fiche

✓ Convertir l'angle α en degrés décimaux

✓ Écrire la proportionnalité arc / angle

3 Calculer la longueur M du quart de méridien

4 En déduire la valeur du mètre en toises

Calculer la longueur M du quart de méridien

On remplace D et α par leurs valeurs dans la formule de l'étape 2, puis on calcule.

Sur la fiche

$$M = 90 \times \mathbf{551\,475{,}4} \,/\, \mathbf{9{,}673\,61} \approx \mathbf{5\,130\,740} \text{ toises}$$

Numérateur : 90 × 551 475,4 = 49 632 786

Division : 49 632 786 / 9,673 61 ≈ 5 130 740

M ≈ 5 130 740 toises

Question 3 · correction · étape 4 / 4

Question | Méthode | Indices | **Correction**

Les étapes de la fiche

- ✓ Convertir l'angle α en degrés décimaux
- ✓ Écrire la proportionnalité arc / angle
- ✓ Calculer la longueur M du quart de méridien
- 4 **En déduire la valeur du mètre en toises**

En déduire la valeur du mètre en toises

Le mètre est la dix-millionième partie du quart du méridien : on divise M par 10 000 000.

FORMULE

$$1\ \text{m} = M / 10\,000\,000$$

Sur la fiche

$$1\ \text{m} = 5\,130\,740 / 10\,000\,000 \approx 0{,}513\,074\ \text{toise}$$

Phrase réponse : d'après la définition de 1791, avec M ≈ 5 130 740 toises, un mètre vaut environ 0,513 074 toise.

Question 4

On sait aujourd'hui qu'une toise vaut 1,949 m.

Comparer la valeur du mètre étalon déterminé par Delambre et Méchain à sa valeur actuelle.

Données : mètre de 1791 ≈ 0,513 074 toise · 1 toise = 1,949 m · référence : 1 m

Question 4 · la méthode

Les 4 étapes de la fiche, et la formule de chacune

1. **Convertir le mètre de 1791 en mètres actuels**

   longueur (m) = longueur (toises) × 1,949

2. **Calculer l'écart**

   écart = valeur de référence − valeur obtenue

3. **Calculer l'écart relatif**

   écart relatif (%) = écart / valeur de référence × 100

4. **Conclure par une phrase**

   Les valeurs sont-elles proches ? La mesure était-elle précise ?

Question 4 · indices

Étape 1 1 toise = 1,949 m, donc 0,513 074 toise = 0,513 074 × 1,949 m.

Étape 2 Le résultat est très proche de 1 m : comptez bien les décimales. Pour passer en mm, multipliez par 1 000.

Étape 3 Divisez l’écart par 1 m, puis multipliez par 100 pour obtenir un pourcentage.

Question 4 · correction · étape 1 / 4

Question | Méthode | Indices | **Correction**

Les étapes de la fiche

1. **Convertir le mètre de 1791 en mètres actuels**
2. Calculer l'écart
3. Calculer l'écart relatif
4. Conclure par une phrase

Convertir le mètre de 1791 en mètres actuels

Pour comparer deux longueurs, elles doivent être dans la même unité. Une toise vaut 1,949 m.

FORMULE

longueur (m) = longueur (toises) × 1,949

Sur la fiche

mètre de 1791 = **0,513 074** × 1,949 ≈ **0,999 98** m

Mètre de 1791 ≈ 0,999 98 m

Question 4 · correction · étape 2 / 4

Les étapes de la fiche

✓ Convertir le mètre de 1791 en mètres actuels

2 **Calculer l'écart**

3 Calculer l'écart relatif

4 Conclure par une phrase

Calculer l'écart

L'écart est la différence entre la valeur de référence (1 m) et la valeur obtenue en 1799. On l'exprime en m, puis en mm.

FORMULE

écart = valeur de référence − valeur obtenue

Sur la fiche

écart = 1 − **0,999 98** = **0,000 02** m = **0,02** mm

Conversion : 0,000 02 m × 1 000 = 0,02 mm

Écart = 0,02 mm

Question 4 · correction · étape 3 / 4

Les étapes de la fiche

- ✓ Convertir le mètre de 1791 en mètres actuels
- ✓ Calculer l'écart
- 3 **Calculer l'écart relatif**
- 4 Conclure par une phrase

Calculer l'écart relatif

L'écart relatif compare l'écart à la valeur de référence ; plus il est petit, plus la mesure est précise.

FORMULE

écart relatif (%) = écart / valeur de référence × 100

Sur la fiche

écart relatif = **0,000 02** / 1 × 100 ≈ **0,002** %

Écart relatif ≈ 0,002 %

C'est très inférieur à 1 %.

Question 4 · correction · étape 4 / 4

Les étapes de la fiche

- ✓ Convertir le mètre de 1791 en mètres actuels
- ✓ Calculer l'écart
- ✓ Calculer l'écart relatif
- 4 **Conclure par une phrase**

Conclure par une phrase

On répond à la question posée : comparer les deux valeurs, et dire ce que cela montre.

Conclusion

Le mètre de Delambre et Méchain (0,999 98 m) est pratiquement égal au mètre actuel : l'écart n'est que de 0,02 mm, soit 0,002 %.

Avec une seule longueur mesurée et des angles, la triangulation leur a permis une précision remarquable.

À retenir

Une seule longueur, des angles, et la Terre donne le mètre

Triangulation

Une base mesurée au sol, des angles par visée, la loi des sinus : JS ≈ 9 135 toises.

Méridien

Arc et angle proportionnels : $M = 90 \times D / \alpha \approx 5\ 130\ 740$ toises.

Le mètre

$1\ m = M / 10^7 \approx 0{,}513$ toise ≈ 0,999 98 m : écart de 0,002 %.