Chap. 1 : La forme de la Terre — Activité 2

CORRIGÉ

La mesure par triangulation · Questions 3 et 4 guidées

Question 3 **Montrer que les résultats de 1799 conduisent à une longueur du quart de méridien de 5 130 740 toises. En déduire la valeur du mètre en toises, selon la définition de 1791.**

Données : distance Dunkerque–Barcelone D = 551 475,4 toises · différence de latitude α = 9° 40′ 25″ · 1791 : le mètre est la dix-millionième partie du quart du méridien.

1 Convertir l'angle α en degrés décimaux

FORMULE **angle (°) = degrés + minutes / 60 + secondes / 3 600**

α = 9 + **40** / 60 + **25** / 3 600 = 9 + 0,666 67 + 0,006 94 ≈ **9,673 61** °

Conseil : gardez la valeur complète dans la mémoire de la calculatrice pour l'étape 3.

2 Écrire la proportionnalité entre l'arc et l'angle

	Arc Dunkerque–Barcelone	Quart de méridien
Angle (°)	α = **9,673 61**	90
Longueur (toises)	D = **551 475,4**	M = ?

FORMULE **M / 90 = D / α ⇒ M = 90 × D / α**

3 Calculer la longueur M du quart de méridien

M = 90 × **551 475,4** / **9,673 61** ≈ **5 130 740** toises

Numérateur : 90 × 551 475,4 = 49 632 786

Division : 49 632 786 / 9,673 61 ≈ 5 130 740

On retrouve bien M ≈ 5 130 740 toises : **M ≈ 5 130 740 toises**

Attention : avec α arrondi à 9,67°, on obtient environ 5 132 700 toises. L'arrondi trop fort de l'angle fausse le résultat.

4 En déduire la valeur du mètre en toises

FORMULE **1 m = M / 10 000 000**

1 m = **5 130 740** / 10 000 000 ≈ **0,513 074** toise

Phrase réponse : d'après la définition de 1791, le mètre est la dix-millionième partie du quart du méridien ; avec M ≈ 5 130 740 toises, **un mètre vaut environ 0,513 074 toise**.

Question 4 **On sait aujourd'hui qu'une toise vaut 1,949 m. Comparer la valeur du mètre étalon déterminé par J.-B. Delambre et P. Méchain à sa valeur actuelle.**

Données : mètre de 1791 ≈ 0,513 074 toise (résultat de la question 3) · 1 toise = 1,949 m · valeur actuelle de référence : 1 m.

1 Convertir le mètre de 1791 en mètres actuels

FORMULE **longueur (m) = longueur (toises) × 1,949**

mètre de 1791 = **0,513 074** × 1,949 ≈ **0,999 98** m

Le mètre déterminé par Delambre et Méchain mesure environ **0,999 98 m** en mètres actuels.

2 Calculer l'écart

FORMULE **écart = valeur de référence − valeur obtenue**

écart = 1 − **0,999 98** = **0,000 02** m = **0,02** mm

Conversion : 0,000 02 m × 1 000 = 0,02 mm. L'écart est de **deux centièmes de millimètre**, moins que l'épaisseur d'un cheveu.

3 Calculer l'écart relatif

FORMULE **écart relatif (%) = écart / valeur de référence × 100**

écart relatif = **0,000 02** / 1 × 100 ≈ **0,002** %

L'écart relatif vaut environ **0,002 %** : c'est très inférieur à 1 %.

4 Conclure par une phrase

Le mètre déterminé par Delambre et Méchain (0,999 98 m) est **pratiquement égal au mètre actuel** : l'écart n'est que de 0,02 mm, soit 0,002 %.

Avec **une seule longueur mesurée au sol** et **des angles**, la triangulation leur a permis d'obtenir une mesure d'une **précision remarquable** pour la fin du XVIII^{e} siècle.

Pour aller plus loin. Cette concordance dépend aussi de l'arrondi 1 toise = 1,949 m. Historiquement, le mètre-étalon de 1799 était un peu trop court, d'environ 0,2 mm, car la Terre est légèrement aplatie aux pôles. Depuis 1983, le mètre est défini à partir de la vitesse de la lumière.